

Министерство науки и высшего образования  
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Донецкий государственный университет»

Факультет математики и информационных технологий  
Кафедра высшей математики и методики преподавания математики

УТВЕРЖДАЮ  
проректор

\_\_\_\_\_ П. А. Машаров  
«17» апреля 2025 г.  
МП

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **ЭВРИСТИКИ В РЕШЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ**

Укрупненная группа направлений подготовки	44.00.00 Образование и педагогические науки
Программа высшего образования	Программа бакалавриата
Направление подготовки	44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Направленность (профиль) образовательной программы	Математика и информатика
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная

Рабочая программа может быть адаптирована для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2025

Рабочая программа дисциплины **«Эвристики в решении математических задач»** для обучающихся по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (Профиль: Математика и информатика), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22 февраля 2018 г. № 125 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2025 года.

Разработчик:

заведующий кафедрой высшей математики  
и методики преподавания математики,  
доктор пед. наук, профессор

Е.И. Скафа

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры высшей математики и методики преподавания математики  
Протокол от 10.04.2025 г. № 9

Заведующий кафедрой

Е.И. Скафа

СОГЛАСОВАНО:

Декан факультета математики и  
информационных технологий  
16.04.2025 г.

И. А. Моисеенко

Учебно-методическая комиссия факультета математики и информационных технологий.  
Протокол от 16.04.2025 г. № 3.  
Председатель

Л. И. Селякова

Руководитель основной образовательной  
программы, д-р пед. наук, проф.  
16.04.2025 г.

Е.И. Скафа

## 1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной: содержание дисциплины «Эвристики в решении математических задач» основывается на базе дисциплин: «Практикум по решению математических задач», «Математический анализ», «Алгебра», «Аналитическая геометрия», «Теория чисел» и др.

1.2. Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее: формирует основу для освоения дисциплин: «Методика обучения математике» «Дополнительные разделы методики обучения математике», «Избранные разделы математики: алгебра и геометрия» «Методика обучения математике в профильной и профессиональной школе», «Технологии эвристического обучения математике», «Методика подготовки учащихся к участию в математических конкурсах и олимпиадах».

## 2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 2.1. Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы	44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (Профиль: Математика и информатика)
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.В.ДВ.2.1 Эвристики в решении математических задач
Часть образовательной программы	Вариативная часть
Количество зачетных единиц / всего часов	1,5 / 54

### 2.2. Распределение часов по формам и периодам обучения

Форма обучения	курс	семестр	Общее количество часов					Форма контроля
			лекционных	лабораторных	практических	самостоятельной работы + контроль	всего	
Очная	2	4	14		14	26	54	зачет

## 3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цель:** изучение основ эвристик и эвристической деятельности в обучении математике и ознакомление студентов с приемами поиска решения математических задач с применением эвристических приемов; подготовка будущих учителей математики и информатики к организации эвристического обучения математике.

### **Задачи дисциплины:**

- ознакомить с различными трактовками понятия «эвристика», раскрыть суть понятия «эвристика», ее цель, функции;
- охарактеризовать эвристические приемы на основе их классификации;
- обучить использовать эвристические приемы общего и специального видов в процессе поиска решения нестандартных задач;
- сформировать представление об эвристических задачах и их системах;
- научить составлять алгоритмические и эвристические подсказки к

- математическим задачам;
- ознакомить с приемами конструирования математических задач на основе расширения содержания эвристик.

#### 4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Компетенции	Индикаторы	Результаты обучения
ПК-4. Способен применять знание основных положений математической науки и информатики, основных положений истории развития математики и информатики, эволюции математических идей в профессиональной деятельности.	ПК-4.4. Осуществляет постановку и решение нестандартных математических задач в предметной области «Математика» на основе положений математической науки и информатики	ПК-4.4.1. Умеет подобрать систему эвристических задач к определенной теме курса «Математика» для отработки на них определенной базовой эвристики. ПК-4.4.2. Владеет эвристическими приемами поиска решения нестандартной математической задачи, приемами развития задачи в процессе конструирования новых задач. ПК-4.4.3. Знает методы, методики и технологии подбора эвристических заданий, алгоритмических и эвристических подсказок к ним для создания обучающих и корректирующих тренажеров.

#### 5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Темы	Вопросы темы
<b>Раздел 1. Эвристики, их виды и классификация</b>	
1. Введение в мир эвристики. Классификация эвристических приемов	Сущность понятия «эвристика». Различные трактовки понятия эвристики. Цель и функции эвристик в обучении математике. Эвристические приемы и их классификация.
2. Общие эвристики ( <i>приемы мыслительной деятельности, общие и специфические эвристические ориентиры</i> )	Анализ и синтез. Анализ через синтез. Сравнение. Противопоставление и сопоставление. Обобщение и систематизация. Аналогия. Классификация. Абстрагирование. Общие эвристические ориентиры (правила-советы, правила-ориентиры, эвристические доказательства, эвристические схемы, стратегии и др). Специфические эвристические ориентиры (исследования Л. Ларсона, А. Андреева, Л. Фридмана)
3. Специальные эвристики и их виды	Специальные эвристики в решении математических задач (эвристические предписания, диалогические концентры, базовые эвристики решения математических задач).
<b>Раздел 2. Базовые эвристики в решении нестандартных математических задач</b>	
4. Базовые эвристики ( <i>введение вспомогательной переменной, выражение одной переменной</i> )	Суть эвристических приемов. Типы замены переменных. Обзор задач, решаемых с помощью эвристик «введение вспомогательной переменной», «выражение одной переменной через другую». Вспомогательный линейный

<i>через другую, введение вспомогательного элемента)</i>	элемент; вспомогательный элемент – площадь или объем; вспомогательный элемент – угол. Обзор задач, решаемых с помощью рассматриваемых эвристик.
5. Базовые эвристики (выделение целой части дроби. Разбиение «целого на части». Реконструкция «целого по части». Инверсия. Переформулировка задачи, индукция)	Суть эвристических приемов. Обзор задач, решаемых с помощью рассматриваемых эвристик.
6. Базовые эвристики (испытания на правдоподобие. Комбинирование различных эвристик при решении математических задач)	Проверка на частных случаях. Построение контрпримера. Проверка по размерностям. Проверка на симметрию. Обзор задач, решаемых с помощью рассматриваемых эвристик.. Распознавание эвристик
Раздел 3. Эвристические задачи и их системы в обучении математике	
7. Эвристические задачи и их функции. Создание эвристических подсказок к задачам	Понятие эвристической задачи. Эвристически ориентированные системы задач. Построение эвристических подсказок. Алгоритмическая и эвристическая составляющие в решении математической задачи.
8. Приемы обучения конструированию математических задач (принцип развития задачи)	Приемы конструирования математических задач, используя принцип развития задачи

## 6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1. Форма обучения – очная, курс – 2, семестр – 4

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
Раздел 1.					
1. Введение в мир эвристики. Классификация эвристических приемов	2		2	4	8
2. Общие эвристики (приемы мыслительной деятельности, общие и специфические эвристические ориентиры)	2		2	4	8
3. Специальные эвристики и их виды	2		2	4	8
Раздел 2.					
4. Базовые эвристики (введение вспомогательной переменной, выражение одной переменной через другую, введение вспомогательного элемента)	2		2	4	8
5. Базовые эвристики (выделение целой части дроби. Разбиение «целого на части». Реконструкция «целого по части». Инверсия. Переформулировка задачи, индукция)	2		2	4	8

6. Базовые эвристики (испытания на правдоподобие. Комбинирование различных эвристик при решении математических задач)	2		2	4	8
Раздел 3.					
7. Приемы обучения конструированию математических задач (принцип развития задачи)	2		2	2	6
ИТОГО	14		14	26	54

## 7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 7.1. Контрольные вопросы

1. Определите сущность понятия «эвристика» с философской и психологической точек зрения. Их различие и сходство.
2. Охарактеризуйте генезис развития эвристики с точки зрения педагогики.
3. На чем основан образовательный аспект эвристики?
4. В чем смысл изобретательского аспекта понятия «эвристика»?
5. Существует ли связь между интуицией и эвристической деятельностью? Ответ обоснуйте.
6. Охарактеризуйте понятие «эвристика» с точки зрения методики преподавания математики.
7. Дайте определение эвристическому приему. Чем эвристические приемы отличаются от приемов мыслительной деятельности?
8. Выразите прием «анализ через синтез» с помощью эвристического правила-ориентира.
9. Охарактеризуйте противопоставление, сопоставление. Приведите примеры.
10. Выразите прием «сравнение» с помощью эвристического правила-ориентира.
11. Сформируйте эвристическое правило-ориентир приема «абстрагирование».
12. Назовите виды обобщения.
13. Выразите прием «эмпирическое обобщение» с помощью эвристического правила-ориентира.
14. Сформируйте эвристическое правило-ориентир приема «дедуктивное обобщение».
15. Выразите прием «классификация» с помощью эвристического правила-ориентира.
16. Сформируйте эвристическое правило-ориентир приема «аналогия».
17. Выразите прием «подведение под понятие» с помощью эвристического правила-ориентира.
18. Сформируйте эвристическое правило-ориентир приема «выведение следствий».
19. Перечислите основные функции задач в обучении.
20. Чем отличается «творческая задача» от «проблемной задачи»? «Нестандартная задача» от «эвристической задачи»?
21. Сформулируйте методические требования к системе эвристических задач.
22. Какие разновидности эвристических приемов могут быть отнесены к эвристическим приемам мыслительной деятельности?
23. Охарактеризуйте основные разновидности эвристических правил-ориентиров.
24. Какую роль базовые эвристики играют в процессе поиска решения задачи? Приведите пример.

25. Дайте характеристику общим и специальным эвристическим приемам. В чем их суть, цель? Перечислите их структурные элементы.

26. Перечислите общие и специфические эвристические приемы мыслительной деятельности.

27. Перечислите возможные виды эвристических приемов, которые могут быть отнесены к базовым эвристикам решения задач.

## 7.2. Практические задания

По дисциплине в качестве её практической реализации предусмотрено выполнение индивидуальной работы «Конструирование тренажера по обучению решению нестандартной математической задачи».

**ЦЕЛЬ:** сформировать умение подбирать к нестандартной задаче целесообразные эвристические приемы, лежащие в основе её решения, составлять к ней алгоритмические и эвристические подсказки, строить электронный тренажер по обучению её решению.

### ЗАДАНИЯ:

1. Выбрав нестандартную математическую задачу, выполнить поэлементный анализ ее решения.

2. Определить какие эвристические приемы лежат в основе ее решения.

3. Составить эвристические и алгоритмические подсказки.

4. Построить компьютерный тренажер, используя системы Power Point или Online Test Pad.

## 7.3. Образец письменного зачетного мероприятия:

Зачет проводится для студентов с целью повышения их рейтинга, обобщения и систематизации знаний, полученных в результате изучения дисциплины «Эвристики в решении математических задач».

### БИЛЕТ №1

1. Чем отличается «творческая задача» от «проблемной задачи»? «Нестандартная задача» от «эвристической задачи»?

2. Укажите эвристики, которые применяются при решении предложенной задачи:

Решите неравенство

$$\frac{x}{x+1} + \frac{2x}{(x+1)(2x+1)} + \frac{3x}{(x+1)(2x+1)(3x+1)} + \dots + \frac{1989}{(x+1)(2x+1)\dots(1989x+1)} > 1$$

3. Решите предложенную задачу:

*Построить график функции:*  $y = \frac{-3x^2 - x + 2}{x+1}$ .

Укажите эвристические приемы, которые понадобились для поиска решения задачи. Опишите решение задачи.

4. Подберите задачу, поиск решения которой основывается на эвристическом приеме «выражение одной переменной через другую».

5. Вычленили основные эвристические приёмы общего и специального вида, формирование которых возможно на уроках в процессе изучения темы «Квадратные уравнения». Приведите примеры.

**Критерии оценивания экзамена**

<b>Номер задания</b>	<b>Количество баллов</b>
1	20
2	10
3	15
4	25
5	30
<b>Всего</b>	<b>100 баллов</b>

**8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ**

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по 100-балльной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже. Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и практических занятий, выступления с докладом на практическом занятии в форме семинара (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

Студент имеет возможность получить 100 баллов за учебную работу в семестре согласно таблице. В случаях, когда в семестре заработано менее 60 баллов из 100 или заработанная сумма баллов не отвечает ожиданиям, студент сдает зачет (оценивается в 100 баллов и при этом заработанные в семестре баллы не суммируются с баллами за экзамен). Обязательным условием получения оценки по результатам полученным студентом является выполнение им домашних (индивидуальных) заданий и прохождения итогового онлайн тестирования.

**8.1. Семестр 1**

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1-3	Организационно-учебная работа в аудитории	40
	Индивидуальная работа	30
	Итоговый контроль	30
<b>ИТОГО</b>		<b>100</b>
<b>Зачет</b>		
<b>Общий итог за семестр</b>		<b>100</b>

**Соответствие баллов оценке**

Количество баллов из 100	ECTS	Оценка по пятибалльной шкале	
		Экзамен, дифференцированный зачет	Зачет
90-100	A	отлично	зачтено
80-89	B	хорошо	зачтено
75-79	C		зачтено
70-74	D	удовлетворительно	зачтено
60-69	E		зачтено
35-59	FX	неудовлетворительно	не зачтено
0-34	F		не зачтено



## 9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Гурова, 14), в аудитории 705.

Для проведения лекций требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской / сенсорным экраном / мультимедийный проектор с экраном и ноутбуком, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя.

Для проведения практических занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской / сенсорным экраном / мультимедийный проектор с экраном и ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя. Выход в Интернет проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в аудиториях Главного корпуса (ауд. 705 и 710).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины применяются электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

## 10. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

### **10.1. Основная литература**

1. Скафа, Е.И. Эвристики в обучении решению математических задач : учебное пособие / Е.И. Скафа. – Донецк : ДонГУ, 2025. – 220 с.
2. Скафа, Е.И. Технологии эвристического обучения математике : учебное пособие / Е.И. Скафа, И.В. Гончарова, Ю.В. Абраменкова. – 2-е изд. – Донецк: ДонНУ, 2019. – 220 с.
3. Скафа, Е.И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология. Монография / Е.И.Скафа. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2004. – 439с.
4. Пойа, Д. Как решать задачу : Пер. с англ. / Д. Пойа ; Под ред. Ю. М. Гайдука. – Москва : Учпедгиз, 1959. – 207 с.

### **10.2. Дополнительная литература**

5. Гончарова И.В. Эвристики в геометрии: факультативный курс для учащихся 7 класса: учебно-методическое пособие / И.В. Гончарова, Е.И. Скафа. – 3-е изд. – Донецк: ДонНУ, 2019. – 116 с.
6. Гончарова, И.В. Эвристический факультатив по математике: Рабочая тетрадь для учащихся 11 кл. профильного уровня / И.В. Гончарова, Ю.В. Пустовая; под ред. проф. Е.И. Скафы. – Донецк: Изд-во «Ноулидж» (донецкое отделение), 2014. – 180 с.
7. Скафа, Е. И. Эвристическое конструирование в обучении математике / Е.И. Скафа // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2016. – Вып. 43. – С. 21–27.
8. Скафа Е.И. Методологический подход к пониманию роли эвристической задачи в математическом образовании школьников / Е.И. Скафа, М.В. Дрозд // Дидактика математики : проблемы и исследования. – 2017. – Вып. 46. – С.15-20.

## 11. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Национальная электронная библиотека (НЭБ):** федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. – Москва, 2019- . – URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный, подписка. Необходима установка программного обеспечения. – Текст: электронный.
2. **eLIBRARY.RU:** научная электронная библиотека: сайт. – Москва, 2000- . – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
3. Научная электронная библиотека **«КиберЛенинка»:** сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014- . – URL: <https://cyberleninka.ru/>. – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
4. Электронно-библиотечная система **«Лань»:** [сайт]. – URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
5. **ЭБС Юрайт:** электронная библиотечная система: сайт. – Москва, 2013. – URL: <https://biblio-online.ru> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
6. **Электронно-библиотечная система ДонГУ:** сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016- . – URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
7. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.
8. **Электронный архив ДонГУ:** раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный.

## 12. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДонГУ № 46484614)
2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДонГУ № 46472919)
3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы Dream Spark для высших учебных заведений)
4. Антивирус Касперского, Adobe Acrobat Reader, xPDF (лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения).